Marés lunares e solares

Enivaldo Bonelli
Departamento de Física Teórica e Experimental, UFRN.
bonelli@dfte.ufrn.br

2 de outubro de 2013

Resumo

Com conceitos simples de física, mostra-se quais são as principais causas das marés oceânicas. Ao passo que muitos estudantes dizem que as marés são devidas à força gravitacional da Lua, eles não sabem a verdadeira causa: a variação da atração lunar de um lado para o outro da Terra. Sem usar cálculo diferencial, mostra-se como se calcular as "forças geradoras de marés" devidas a um dado astro, além de se mostrar que o Sol tem menor contribuição na produção de marés oceânicas do que a Lua. Com esse conhecimento à mão, mostra-se que o Sol tem uma contribuição, para as marés, menor que a da Lua. Uma breve discussão mostra como é simples se estender esse novo conceito para outros pares de astros, e.g., para os sistemas Sol-Jupiter e Jupiter-Io.

Abstract

Using simple physics concepts, it is shown what are the basic causes of sea tides. While most students reply that sea tides are due to the moon's gravitational effect on the oceans, they do not know the real cause: the variation of the moon's attraction from one to the other side of the earth. Without using differential calculus, it is shown how to calculate the "tide generating forces", due to a given celestial body. With this knowledge, it is also shown that the sun is less effective in producing sea tides than

the moon. A brief discussion shows how easy it is to extend the new concept to other pairs os celestial bodies, e.g., the sun-jupiter and the jupiter-io systems.

1 Qual a causa das marés?

À pergunta "Qual é a causa das marés?", estudantes respondem prontamente: é a atração gravitacional dos oceanos pela Lua. Se perguntamos, a seguir, por quê o Sol, sendo muito mais massivo, exerce menos efeito que a Lua, vem a seguinte resposta: "Porque, apesar de ser muito maior que a Lua, o Sol está tão longe, que sua força sobre os oceanos é menor." Devido à regularidade com que se ouve essa resposta, poder-se-ia concluir que muitos professores também comungam da idéia.

Uma componente das marés é sabida ser solar ou lunar, quando seu período é múltiplo ou submúltiplo dos períodos de rotação aparente do Sol (24 h) ou da Lua (24h 50.47m) em torno da Terra. Devido a isso, as marés lunares se atrasam, a cada dia, de aproximadamente 51 minutos.

2 Os campos gravitacionais do Sol e Lua, na Terra

Vamos calcular a força de cada um dos astros, sobre 1 Kg de matéria, na Terra. Usaremos valores aproximados para as grandezas, eliminando muitas casas decimais, para clareza. Isso não afeta o nosso argumento. O campo gravitacional de um astro, a uma grande distância, r, do mesmo, é dada por

$$g = \frac{GM}{r^2} \tag{1}$$

onde $G = 6.7 \times 10^{-11}$, é a constante da gravitação universal, expressa no sistema MKS (ou SI.) M é a massa do astro em questão, em quilogramas, e r é expressa em metros. A seguir, calculamos a expressão 1 para o Sol, cuja massa é M_S e sua distância à Terra é r_{ST} e para a Lua (M_L, r_{LT}.) Assim, obtemos a razão entre os campos da Lua e do Sol, no centro da Terra,

$$\frac{g_L}{g_S} = \frac{M_L}{M_S}\left(\frac{r_{ST}}{r_{LT}}\right)^2 = \frac{7 \times 10^{22}}{2 \times 10^{30}}\left(\frac{1,5 \times 10^{11}}{4 \times 10^{8}}\right)^2 \approx 5 \times 10^{-3}$$

Esse resultado indica que o campo gravitacional da Lua, na Terra, é cinco milésimos do campo do Sol! Isso elimina a explicação errônea, mais comum, para o fenômeno, de que o campo gravitacional seria a causa das marés. Se esse fosse o caso, a maré solar dominaria. Agora resta investigar a verdadeira causa das marés, na qual a contribuição solar deverá ser menor, como observada na experiência(marés solares tem período associado com o dia solar, ao passo que as marés lunares seguem o período lunar (e são as mais fortes.) A seguir, investigamos a causa das marés oceânicas, devidas a um astro genérico. Depois aplicamos a teoria ao Sol e à Lua e comparamos os resultados. A mesma teoria pode ser aplicada a marés no Sol, devidas a Júpiter e Saturno.

3 Marés oceânicas devidas a um astro

Veremos agora que a verdadeira causa das marés oceânicas é a variação do campo gravitacional entre um lado e o outro do planeta. Mais precisamente, as marés são devidas à variação do campo gravitacional do astro, com a distância, "ao longo" do planeta. Para calcular essa variação, sem usar o conceito de derivadas, calculamos a diferença entre o campo gravitacional no ponto mais distante do astro e no centro da Terra:

$$\Delta g = g_{longe} - g_{centro} = GM\left[\left(\frac{1}{r_0+R}\right)^2 - \left(\frac{1}{r_0}\right)^2\right] \tag{2}$$

onde r_0 é a distância do astro ao centro da Terra e, R, o raio da Terra. Como $r_0 >> R$,podemos fazer aproximações, para simplificar essa expressão. Note que (detalhes são dados no Apêndice)

$$\left(\frac{1}{r_0+R}\right)^2 = (r_0+R)^{-2} = r_0^{-2}(1+R/r_0)^{-2} = \frac{1}{r_0^2}(1-2\frac{R}{r_0}) \tag{3}$$

Substituindo em 2,obtemos

$$\Delta g = GM\left[\frac{1}{r_0^2} - 2\frac{R}{r_0^3} - \frac{1}{r_0^2}^2\right]$$

ou

$$\Delta g = -2GM\frac{R}{r_0^3}$$

O sinal negativo indica que o campo gravitacional do astro sobre o planeta diminui, quando se vai do centro do planeta para o ponto mais distante ao astro. Agora comparamos essa variação, para o Sol e para a Lua:

$$\frac{\Delta g_L}{\Delta g_S} = \frac{M_L}{M_S} \left(\frac{r_{0S}}{r_{0L}} \right)^3 = \frac{7 \times 10^{22}}{2 \times 10^{30}} \left(\frac{1,5 \times 10^{11}}{4 \times 10^8} \right)^3 \approx 2 \tag{4}$$

mostrando que a variação do campo gravitacional da Lua é duas vezes mais rápida (em termos de distância) que a do Sol, quando se vai do centro da Terra para o extremo oposto ao Sol ou à Lua. Se repetirmos o cálculo acima, para calcular a variação do campo gravitacional de um astro, entre o centro da Terra e o ponto mais próximo ao astro, obtemos o mesmo resultado (verifique!)

4 Os dois lóbulos da maré lunar

A famosa figura das marés, de Newton, pode ser reproduzida, a partir do cálculo acima. Considere que a Terra, e tudo que nela há, caia em direção à Lua, com a acelaração gravitacional igual ao campo g. Se o centro da Terra, e toda parte "sólida", cai com g, isso não é verdade para os oceanos: a parte dos oceanos mais próxima da Lua cai com $g - \Delta g$,ao passo que a parte dos oceanos mais distante da Lua cai com $g + \Delta g$.(mais lentamente, já que $\Delta g < 0$.) Assim, a massa dos oceanos se "estica", em direção à Lua, criando dois lóbulos, um de cada lado da Terra (vide figura.)

Para o Sol, repetimos a explicação, só que a intensidade da distorção, devida ao Sol, é duas vêzes menor que a da Lua, como vimos em 4.

Por quê os dois lóbulos são idênticos? Isso se dá porque podemos aproximar o pontencial gravitacional por uma reta, para distâncias pequenas, tais como o diâmetro da Terra (pequeno com relação à distância Terra-Lua.) Se a variação é ao longo dessa reta (variação linear), a diferença do campo gravitacional entre o ponto extremo e o centro da Terra é a mesma que desse centro para o ponto da Terra mais próximo ao astro, por semelhança de triângulos (vide figura.)

5 Efeito da latitude

Por coincidência, a explicação de Newton valia para a Inglaterra, mas não vale para a região equatorial. Em latitudes da Inglaterra e São Paulo, a explicação de Newton [5], que é parecida com a nossa, funciona: Lua acima de nossa cabeça ou abaixo de nossos pés (no outro lado da Terra) implica maré cheia. Entretanto, no equador, isso é diferente. Nessa região temos um panorama mais poético: a luz da Lua, no horizonte, reflete-se nas águas da maré cheia. Indicando maré cheia, quando a Lua está no horizonte – e não no zênite ou nadir. Como isso pode ser possível, depois das nossas explicações?

Laplace fez um estudo mais detalhado das marés, levando em conta o fenômeno da ressonância: como a Lua gira em torno da Terra, seu efeito deve entrar em ressonância com o movimento da água, mas pode haver atrasos na resposta das porções de água em diferentes partes da Terra. O que êle fez foi estudar essa ressonância, considerando canais circulares de água, cirncundando o planeta a cada latitude. Então, mostrou que para diferentes raios desses canais, diferentes atrasos (fases) das marés ocorriam, em relação à passagem da Lua pelo zênite. Se a ressonância fôsse perfeita, a elevação de nível dos oceanos seria tanta que não seria possível o tipo atual de vida, na Terra. Isso não acontece, pois a profundidade dos oceanos, para que isso ocorresse, deveria ser de 22 km [1] (o que não acontece, felizmente.)

6 As fases da Lua e as marés

Outro engano comum é se esquecer que quando a Lua está cheia ou em quaisquer de suas fases, isso é apenas devido ao nosso ponto de observação, da iluminação da Lua pelo Sol, que é sempre a mesma. A fase da Lua não muda seu efeito sobre os oceanos. Entretanto, as fases da Lua são uma boa indicação entre as posições relativas Sol-Terra-Lua, o que afeta a relação entre as fases das marés solares e lunares e, em diferentes fases lunares, a maré composta é diferente. Nesse caso, as fases da Lua e as marés são efeitos de uma mesma causa – posições relativas dos astros — e não causa e efeito.

7 Marés atmosféricas

Além das marés oceânicas, a Lua causa marés na atmosfera terrestre. O problema aqui se torna muito complicado, pois trata-se de se estudar ondas na atmosfera, onde nem existe uma profundidade, semelhante à dos oceanos. Apesar da teoria ser complicada, as evidências experimentais são simples: elas derivam de medidas barométricas desde épocas remotas, em [1], por

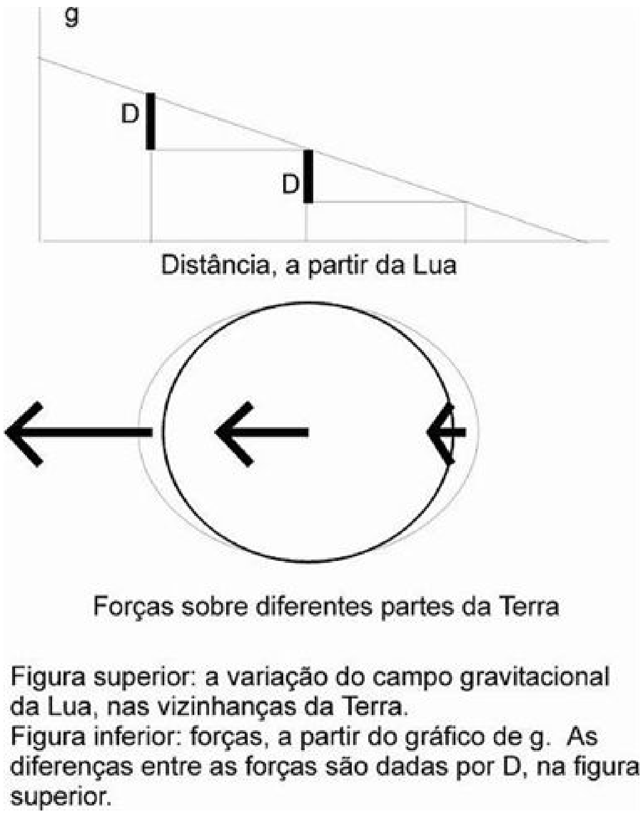

Figura 1: Ilustração da força gravitacional lunar nos extremos da Terra e no seu centro

exemplo, os autores dão uma exclente introdução experimental sobre essas marés, além de uma explicação medieval das mesmas, usando o antigo conceito de “abóboda celeste.” Essa referência contém, também, os detalhes do tratamento físico moderno.

8 Marés no sistema solar e além

Com o que se viu, aqui, é possível se entender que devem existir marés em outros istemas de astros. Por exemplo, um planeta como Jupiter pode deflagar marés no Sol. Io está sujeita a marés, devido a Jupiter, que a mantém em permanente atividade vulcânica. a diferença, aqui, é que no Sol, temos um plasma imerso em campo magnético e, em Io, trata-se de maré em terreno sólido e pastoso (magma.) O ingrediente principal, então, é a diferença de força gravitacional de um lado e do outro do astro considerado, com isso pode se imaginar as aplicações mais gerais possíveis: existem marés entre galáxias?

9 Conclusão

Nem sem cálculo é tão simples. A teoria da ressonância, então, é bem mais complicada. Mas desde que se passe para os alunos que a diferença de força da Lua entre um lado da Terra e o outro é o ingrediente principal das marés, vale o trabalho. Durante a confecção desse trabalho, descobri que muito mais pessoas, não só alunos, tem a idéia errada de que as marés são devidas principalmente à Lua, pois a “a força do Sol sobre a Terra é menor que a da Lua, pois o Sol está mais longe.” Isso é um tipo de “superstição científica” difícil de se corrigir. O capítulo sobre gravitação, da coleção “Halliday”, em sua mais recente versão [4], nem menciona marés. O livro de Moisés Nussenszveigh [3], entretanto, dá uma breve e correta descrição do assunto. Depois que se aborda, dessa forma, o conceito de marés, não há limite para a investigação de marés em outras configurações de astros, tais com Jupiter-Io, Sol-Jupiter, etc.

10 Apêndice: Aproximação para pequenos números

Muito útil, em física, é a expansão binomial para pequenos números. Considere a expressão que apareceu no texto (3),

$$\frac{1}{(1+R/r_0)^2}, \text{ para } R << r_0$$

Ela é um caso particular de

$$(1+x)^n, \text{ para } x << 1$$

no caso em que $n = -2$. A forma geral da aproximação usada é

$$(1+x)^n \approx 1 + nx$$

Como aplicação, veja a aproximação para 0,998^2:

$$0.998^2 \approx 1 - 2 * 0.002 = 0.996,$$

quando o valor exato é $0.998^2 = .99600\,4$. Bom, não é? Aqui usamos $x = -0.002$. O expoente n não precisa ser inteiro, nem positivo. Assim,

$$(1+x)^{-2} \approx 1 - 2x$$

que é o caso do artigo e, por exemplo,

$$\sqrt{(1+x)} = (1+x)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}x$$

e assim por diante.

Referências

[1] ELMORE, William C., Heald, Mark A., **Physics of Waves**, Tokio: McGraw-Hill Kogakusha, 1969.

[2] CHAPMAN, Sidney; Lindzen, Richard S., **Atmospheric Tides**, D. Reidel, 1970.

[3] NUSSENZVEIG, Herch M. **Curso de Física Básica**, São Paulo: Edgar Blücher, 1981. Cap. 10, p. 323-324.

[4] HALLIDAY, David; Resnick, Robert; Walker, Jearl. **Fundamentos de Física**, Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2002. Cap. 13.

[5] NEWTON, Isaac. **Mathematical Principles of Natural Philosophy**, Encyclopaedia Britannica, Great Books, Vol. 34. Chicago: University of Chicago press, 1978.